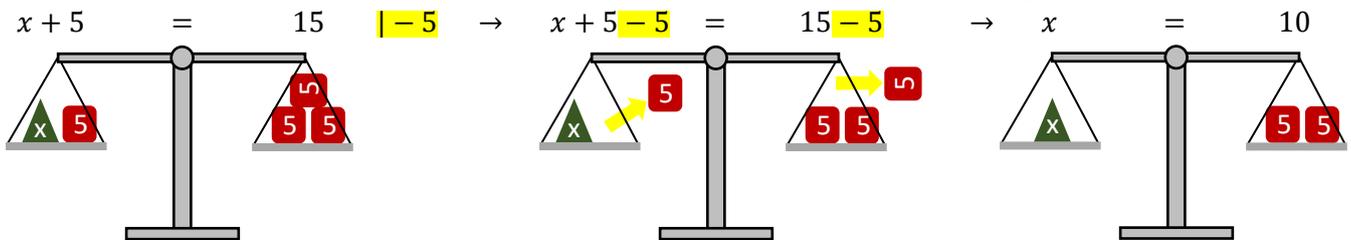


Variablen und Gleichungen - Zusammenfassung

Variablen werden benutzt, um mit unbekanntem Mengen zu rechnen. In Aufgaben wird meistens das Auflösen nach x verlangt, daraus ergibt sich die Regel: **Am Ende sollten wir « $x = \text{irgendetwas}$ » haben.** Meistens muss dazu die gegebene Gleichung umgeformt werden.
Häufige Variablen: x, y, z, a, b, c, h, l

Ein Gleichzeichen sagt aus, dass links und rechts davon «gleich viel» ist. Man kann sich eine Gleichung also wie eine Waage vorstellen, die im Gleichgewicht ist. Wie eine Waage bleibt die Gleichung im «Gleichgewicht», wenn ich die **gleiche Änderung auf beiden Seiten** vornehme, bspw. Auf beiden Seiten 5 Kilo hinzu füge oder alles verdopple.



Um zu zeigen, dass Änderungen auf beiden Seiten gemacht werden zeichnet man neben der Gleichung einen Strich und fügt danach die Rechnung an, die angewendet wird (**Siehe Beispiel**). Es sind alle bekannten Rechenoperationen möglich, wobei man aufpassen muss, dass die Operationen auf den gesamten Term angewendet werden. **Beispiele:**

$$\begin{aligned} \frac{5x}{4} &= x + 2 & | \cdot 4 \\ 5x &= (x + 2) \cdot 4 \\ 5x &= 4x + 8 & | - 4x \\ x &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x^2 &= x^2 + x \\ 2x^2 &= x(x + 1) & | : x \\ 2x &= x + 1 & | - x \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x + x^2} &= x + 1 & | (\quad)^2 \\ x + x^2 &= (x + 1)^2 & | - x \\ x + x^2 &= x^2 + 2x + 1 & | - x^2, -2x \\ -x &= 1 & | \cdot (-1) \\ x &= -1 \end{aligned}$$

Gleichungssysteme bestehen aus mehreren Gleichungen, die mehrere Variablen besitzen und gleichzeitig gelten. Man kann diese Gleichungen dann zueinander addieren und versucht so eine Variable zu eliminieren. Ein Gleichungssystem wird durch lange Striche an den Seiten gekennzeichnet. Wenn man die Gleichungen mit römischen Zahlen markiert, behält man die Übersicht besser. Am Ende setzt man einen Erhaltenen Wert in eine der Gleichungen ein und hat eine normale Gleichung. **Bsp.:**

$$\left| \begin{array}{l} 4x + 2y = 12 \\ x - y = 3 \end{array} \right| \begin{array}{l} \leftarrow \text{I.} \\ \leftarrow \text{II.} \end{array} \quad 2 \cdot \text{II.} = 2x - 2y = 6 \quad \rightarrow \text{I.} + 2 \cdot \text{II.} = \begin{array}{r} 4x + 2y = 12 \\ + (2x - 2y = 6) \\ \hline 6x + 0y = 18 \end{array} \rightarrow x = 3$$

$x = 3$ eingesetzt in II. $\rightarrow y = 0$

Ausklammern nennt man das «Ausschreiben» einer Multiplikation mit einer Klammer. So kann man bspw. $3(2 - x)$ auch zu $6 - 3x$ oder $(x + 2)(y + 2)$ zu $xy + 2x + 2y + 4$ umschreiben. Hierzu folgende Regeln:

$$3(2 - x) = 6 - 3x$$

Der Faktor vor der Klammer **muss** mit jedem einzelnen Term der Klammervielfachung multipliziert werden.

Weitere Beispiele:

$$\begin{aligned} 2(2 + 3(x - y)) &= 2(2 + 3x - 3y) = 4 + 6x - 6y \\ -2(x - 2) &= -2x + 4 \\ \frac{1}{3}(3x - 9) &= x - 3 \\ x(2 + y) &= 2x + xy \end{aligned}$$

$$(x + 2)(y + 2) = xy + 2x + 2y + 4$$

Wenn zwei Klammern multipliziert werden muss jeder Term der einen Klammern mit jedem Term der anderen Klammern multipliziert werden. *Mehr Zwischenschritte:*

$$\begin{aligned} (x + 2)(y + 2) &= (x(y + 2) + 2(y + 2)) = xy + 2x + 2y + 4 \\ \text{oder} \\ (x + 2)(y + 2) &= (y(x + 2) + 2(x + 2)) = yx + 2y + 2x + 4 \end{aligned}$$

Hier wurde die erste Regel angewendet, wobei ignoriert wurde, dass mit einer ganzen Klammer statt nur mit einem Faktor multipliziert wird.

Zusatz: Binomische Formeln

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ (a + b)(a - b) &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

Man kann die Binomischen Formeln mit den Regeln selbst herleiten.

Zuletzt noch einige Tricks die man beim Auflösen von Gleichungen brauchen kann:

Wurzel isolieren, dann hoch 2:

$$\begin{aligned} \sqrt{x} + 7 &= 15 & | - 7 \\ \sqrt{x} &= 8 & | \text{O}^2 \\ x &= 64 \end{aligned}$$

Ausklammern anderer Faktoren:

$$\begin{aligned} x + cx &= 3c + 3 \\ x(c + 1) &= 3(c + 1) & | : (c + 1) \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Multiplizieren mit Nennern:

$$\begin{aligned} \frac{2x}{3} &= \frac{3}{4} & | \cdot 3, \cdot 4 \\ 8x &= 9 & | : 8 \\ x &= \frac{9}{8} \end{aligned}$$